ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2021(2022)
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2021(2022)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2021(2022)

ගණිතය I
கணிதம் I
Mathematics I

07 S I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

විභාග අංකය							

උපදෙස් :

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
  A කොටස (ප්‍රශ්න **1 - 10**) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න **11 - 17**).
* **A කොටස :**
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
* **B කොටස :**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(07) ගණිතය I		
කොටස	**ප්‍රශ්න අංකය**	**ලකුණු**
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ:	1	
	2	
අධීක්ෂණය කළේ:		

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

A කොටස

1. $A=\{x\in\mathbb{R}:|x+2|<4\}$ හා $B=\{x\in\mathbb{R}:|x+1|\geq 5\}$ යැයි ගනිමු. $A\cap B, A\cap B'$ හා $A'\cup B$ සොයන්න.

2. A හා B යනු S සර්වත්‍ර කුලකයක උපකුලක යැයි ගනිමු. $A\cup(A\cup B')'=A\cup B$ බව පෙන්වන්න.
$A\cup B$ හා $(A\cup B')'$ කුලක වෙන් සටහන් දෙකක වෙන වෙනම නිරූපණය කරන්න.

2402

3. $(p \wedge \sim q) \Rightarrow r$ යන සංයුක්ත ප්‍රස්තුතය හා $(\sim p \vee q) \vee r$ යන සංයුක්ත ප්‍රස්තුතය තර්කානුසාරීව තුල්‍ය බව පෙන්වන්න.

4. $m, n \in \mathbb{Z}$ යැයි ගනිමු. විසංවාද ක්‍රමය භාවිතයෙන්, $m(n^2 + 2n)$ ඔත්තේ වේ නම්, m හා n යන දෙකම ඔත්තේ වන බව සාධනය කරන්න.

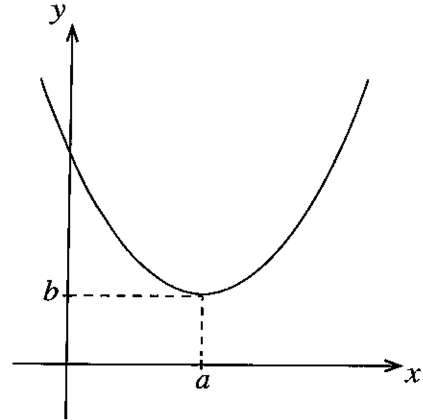
5. පාදය වෙනස් කිරීමේ සූත්‍රය භාවිත කර, $\log_{x^2} 4 = \frac{1}{2}\log_x 4$ බව පෙන්වන්න.
ඒ නයින්, x සඳහා $\log_x 4 + \log_{x^2} 4 = 3$ සමීකරණය විසඳන්න.

....

6. $\frac{x-6}{2-x} \le x$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලුම තාත්ත්වික අගයන් සොයන්න.

....

7. $f(x) = 2(x-2)^2 + 3$ හි ප්‍රස්තාරය රූපසටහනෙහි දැක්වේ. a හා b හි අගයන් ද f හි පරාසය ද ලියා දක්වන්න.
$x \le k$ සඳහා f ට ප්‍රතිලෝම ශ්‍රිතයක් පවතින පරිදි k හි විශාලතම අගය ප්‍රකාශ කරන්න.
k හි මෙම අගය සඳහා $f^{-1}(x)$ සොයන්න.



8. $A \equiv (3, 6)$ හා $B \equiv (-5, 2)$ යැයි ගනිමු. AB හි ලම්බ සමච්ඡේදකය වන l හි සමීකරණය සොයන්න.
මූල ලක්ෂ්‍යයේ සිට ඇති දුර ඒකක 1 ක් වන පරිදි l මත වූ ලක්ෂ්‍යවල x–ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

9. ගෝලාකාර බැලූනයක් ප්‍රසාරණය වේ. කාලය තත්පර t හි දී එහි අරය r cm වේ. එහි පරිමාව, $2\ \text{cm}^3\ \text{s}^{-1}$ ක නියත ශීඝ්‍රතාවකින් වැඩි වේ. $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=\dfrac{1}{2\pi r^2}$ බව පෙන්වන්න.

$r=8$ වන විට, බැලූනයේ පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $0.5\ \text{cm}^2\ \text{s}^{-1}$ ශීඝ්‍රතාවකින් වැඩි වන බව ද පෙන්වන්න.

10. $y=x^4-1$ හා $y=1-x^2$ වක්‍ර මගින් ආවෘත පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය සොයන්න.

y

x

$y=x^4-1$

$y=1-x^2$

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2021(2022)
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2021(2022)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2021(2022)

ගණිතය I
கணிதம் I
Mathematics I

07 S I

B කොටස

※ ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (*a*) ක්‍රීඩා සමාජයකට බැඳීම සඳහා ක්‍රීඩකයකු ශාරීරික යෝග්‍යතා පරීක්ෂණ දෙකක් සමත් විය යුතු ය. ක්‍රීඩකයන් 120 ක් මෙම පරීක්ෂණ දෙකටම මුහුණ දෙන ලදී. පළමු පරීක්ෂණය සමත් වූ ක්‍රීඩකයන්ගේ ගණන, පරීක්ෂණ දෙකම සමත් වූ ක්‍රීඩකයන් ගණන මෙන් තුන් ගුණයක් වන අතර දෙවන පරීක්ෂණය සමත් වූ ක්‍රීඩකයන්ගේ ගණන, පරීක්ෂණ දෙකම අසමත් වූ ක්‍රීඩකයන්ගේ ගණන මෙන් දෙගුණයක් බව සොයාගන්නා ලදී. එක් පරීක්ෂණයක් පමණක් සමත් වූ ක්‍රීඩකයන් ගණන 75 කි.

(i) පරීක්ෂණ දෙකම අසමත්

(ii) පරීක්ෂණ දෙකම සමත්

(iii) පළමු පරීක්ෂණය සමත්

ක්‍රීඩකයන් ගණන සොයන්න.

(*b*) සත්‍යතා වගු භාවිත කර, පහත දැක්වෙන එක් එක් සංයුක්ත ප්‍රස්තුත පුනරුක්තියක් දැයි හෝ විසංවාදයක් දැයි නිර්ණය කරන්න.

(i) $\sim(p \rightarrow q) \vee (\sim p \vee (p \wedge q))$

(ii) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (p \wedge \sim r)$

12. (*a*) **ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය** භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා

$$\sum_{r=1}^{n} \left(6r^2 + 1\right) = n\left(2n^2 + 3n + 2\right)$$ බව සාධනය කරන්න.

(*b*) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \dfrac{3}{(3r-1)(3r+2)}$ යැයි ගනිමු.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \dfrac{1}{3r-1} - \dfrac{1}{3r+2}$ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

$n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\displaystyle\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{1}{2} - \frac{1}{3n+2}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අභිසාරී වන බව පෙන්වා එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

$\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty} U_{r+1} = \frac{1}{5}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

13. (*a*) $k\left(\neq -\frac{1}{2}\right)$ යනු තාත්ත්වික නියතයක් යැයි ගනිමු.

$(2k+1)x^2-2x-k=0$ යන වර්ගජ සමීකරණයට ප්‍රභින්න තාත්ත්වික මූල ඇති බව පෙන්වන්න.

$p=2\alpha+\beta$ හා $q=\alpha+2\beta$ යැයි ගනිමු; මෙහි α හා β යනු ඉහත සමීකරණයෙහි මූල වේ.

$p+q$ හා pq යන ඒවා k ඇසුරින් ප්‍රකාශ කර, p හා q මූල වන වර්ගජ සමීකරණය සොයන්න.

(*b*) $p(x)=x^4+5x+a$ යැයි ගනිමු; මෙහි a යනු තාත්ත්වික නියතයකි.

$p(x)$ යන්න x^2-x+3 න් බෙදේ නම්, a හි අගය සොයා $p(x)$ සම්පූර්ණයෙන් සාධකවලට වෙන් කරන්න.

ඒ නයින්, $p(x)=0$ සමීකරණයෙහි සියලු තාත්ත්වික මූල සොයන්න.

14. (*a*) $k\in\mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. x හි ආරෝහණ බලවලින් $(k+x)^8$ හි ප්‍රසාරණයේ පළමු පද 4, k ඇසුරින් සොයන්න. මෙම ප්‍රසාරණයේ x^2 හා x^3 පදවල සංගුණක සමාන යැයි දී ඇති විට, k හි අගය සොයන්න.

(*b*) සමාගමක් 2020 වර්ෂයේදී රු. 20 000 000 ක ලාභයක් උපයා ඇත. ලාභ වැඩි කරගැනීම සඳහා සමාගම A සැලසුම හා B සැලසුම නම් වූ සැලසුම් දෙකක් සලකා බලන ලදී. A සැලසුම යටතේ, සෑම වසරකම වාර්ෂික ලාභය කලින් වසරේ ලාභය මෙන් 5% කින් වැඩි විය යුතු ය. මෙම සැලසුම යටතේ 2020 සිට 2029 දක්වා වසර 10 තුළ ලැබෙන මුළු ලාභය සොයන්න.

B සැලසුම යටතේ, සෑම වසරකම වාර්ෂික ලාභය නියත රු. D ප්‍රමාණයකින් වැඩි විය යුතු ය. 2020 සිට 2029 දක්වා වසර 10 තුළ මුළු ලාභය සැලසුම් දෙකෙහි සමාන වන පරිදි වූ D හි අගය සොයන්න.

15. $A\equiv(1,a), B\equiv(-3,b)$ හා $M\equiv(c,1)$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a,b,c\in\mathbb{R}$ ද M යනු AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය ද වේ. c හි අගය සොයා $C\equiv(a-2,b-1)$ යන ලක්ෂ්‍යය $l: x+y+1=0$ රේඛාව මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

AB, l ට සමාන්තර බව දී ඇත.

a හා b හි අගයන් සොයන්න.

a, b හා c සඳහා ඉහත අගයන් ඇතිව

(i) $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයක් වන පරිදි D ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ද,

(ii) $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය ද

සොයන්න.

m යනු $2x+y=3$ රේඛාව යැයි ගනිමු. l හා m හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා යන BD ට ලම්බ රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

16. (*a*) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x^2-4)^3}{(x-2)}\cdot\dfrac{2}{\left(\sqrt{x}-\sqrt{2}\right)^2}$ අගයන්න.

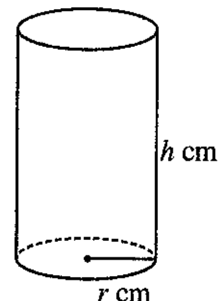
(*b*) පහත එක එකක් x විෂයයෙන් අවකලනය කරන්න.

(i) $\dfrac{3x^2+1}{x^2+3}$ (ii) $x^8\ln x+\dfrac{(x+1)}{\ln x}$ (iii) $\sqrt{(e^{2x}+1)^2+1}$

(*c*) පරිමාව 128π cm^3 ක් වූ සංවෘත සිලින්ඩරාකාර භාජනයක් තැනිය යුතුව ඇත. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි එහි අරය r cm හා උස h cm යැයි ගනිමු. $r>0$ සඳහා, භාජනයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය S cm^2,

$S=2\pi\left(r^2+\dfrac{128}{r}\right)$ මගින් ලබාදෙන බව පෙන්වන්න.

S අවම වන r හි අගය සොයන්න.



[නවවැනි පිටුව බලන්න.

17. (*a*) **භින්න භාග** ක්‍රමය භාවිතයෙන්, $\int \frac{1}{(x-1)(x-2)^2}\,\mathrm{d}x$ සොයන්න.

(*b*) **කොටස් වශයෙන් අනුකලනය** කිරීමේ ක්‍රමය භාවිතයෙන්, $\int x\left(e^x + 2e^{2x}\right)\mathrm{d}x$ සොයන්න.

(*c*) පහත වගුවෙන්, 0 හා 1 අතර, දිග 0.25 ක් වූ ප්‍රාන්තරවලදී x හි අගයන් සඳහා $f(x) = xe^{x^2}$ යන ශ්‍රිතයෙහි අගයන් දශමස්ථාන තුනකට නිවැරදිව දෙයි.

x	0	0.25	0.5	0.75	1
$f(x)$	0	0.266	0.642	1.316	2.718

සිම්සන් නීතිය භාවිතයෙන්, $I = \int_0^1 xe^{x^2}\,\mathrm{d}x$ සඳහා ආසන්න අගයක් සොයන්න.

ඒ නයින්, e සඳහා ආසන්න අගයක් සොයන්න.

* * *

0000818

AL/2021(2022)/07/S-II

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2021(2022)
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2021(2022)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2021(2022)

ගණිතය II
கணிதம் II
Mathematics II

07 S II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

විභාග අංකය							

උපදෙස්:

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
A කොටස (ප්‍රශ්න **1 - 10**) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න **11 - 17**).
A කොටස:
සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
B කොටස:
ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.
* සංඛ්‍යාන වගු සපයනු ලැබේ.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(07) ගණිතය II		
කොටස	**ප්‍රශ්න අංකය**	**ලකුණු**
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
පරීක්ෂා කළේ: 1	
2	
අධීක්ෂණය කළේ:	

A කොටස

1. $\begin{vmatrix} a^2 & b^2 & b^2+ab \\ a^2+ab & b^2 & ab \\ ab & 2b^2 & b^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^4$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

2. $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ හා $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු. **AB** හා $\mathbf{A(2B-C)}$ සොයන්න.

$\mathbf{2AB - AC = A(2B-C)}$ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

3. දින 5ක දෛනික වර්ෂාපතන මිනුම් නිරීක්ෂණය කරන ලදී. එම මිනුම්වල එකතුව හා වර්ගවල එකතුව පිළිවෙළින් 45 ml හා 650 ml^2 වේ. වර්ෂාපතන මිනුම්වල මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.
ඊළඟ දින දෙකෙහි දෛනික වර්ෂාපතන මිනුම් ද නිරීක්ෂණය කරන ලද අතර එම අගයන් 10 ml හා 8 ml වේ. මධ්‍යන්‍යයේ නව අගය සොයන්න.

4. පිටු 200 ක් ඇති පොතක මුද්‍රණ දෝෂ 20 ක් ඇති අතර එම දෝෂ සසම්භාවී ලෙස ව්‍යාප්තව ඇත. පිටුවකට ඇති දෝෂ ගණනට පුවාසොන් ව්‍යාප්තියක් ඇත. සසම්භාවී ලෙස තෝරාගත් පිටු 10 ක එක් දෝෂයක් පමණක් තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

5. සමාගමක සේවකයන්ගේ මාසික වේතනය රුපියල් දහස්වලින්, මධ්‍යන්‍යය 80 ක් හා සම්මත අපගමනය 25 ක් ලෙස ප්‍රමතව ව්‍යාප්තව ඇත. වේතනවලින් අඩුතම 10% ලබාගන්නා සේවකයන් හට සමාගම නොමිලේ ප්‍රවාහන පහසුකම් සපයයි. නොමිලේ දෙන ප්‍රවාහන පහසුකම් සඳහා සුදුසුකම් ඇති සේවකයන් විසින් උපයාගනු ලබන වැඩිතම වේතනය සොයන්න.

6. එක්තරා දුරස්ථ පාලක වර්ගයකින් 15% ක් එහි නිෂ්පාදනයෙන් පළමු වසර තුළ ක්‍රියාවිරහිත වන බව සමීක්ෂණ වාර්තාවක සඳහන් වේ. එම වර්ගයේ දුරස්ථ පාලක 5 ක් සසම්භාවී ලෙස තෝරාගනු ලැබුවහොත්,

(i) ඒවායින් 3 ක් පළමු වසර තුළ ක්‍රියාවිරහිත වීමේ,

(ii) ඒවායින් 2 කට වඩා පළමු වසර තුළ ක්‍රියාවිරහිත වීමේ,

සම්භාවිතාව සොයන්න.

7. පුද්ගලයකුට ඔහු අයදුම් කළ පළමු හා දෙවැනි රැකියාව ලැබීමේ සම්භාවිතාවන් පිළිවෙළින් 0.5 හා 0.3 වේ. ඔහු අයදුම් කළ රැකියා දෙකම ලැබීමේ සම්භාවිතාව 0.4 වේ.

(i) අඩු තරමින් ඔහු අයදුම් කළ රැකියාවලින් එකක් හෝ ලැබීමේ,

(ii) අයදුම් කළ පළමු රැකියාව ලැබුණ බව දී ඇති විට, ඔහු අයදුම් කළ දෙවැනි රැකියාව ලැබීමේ,

සම්භාවිතාව සොයන්න.

8. A හා B යනු $P(A)=\frac{1}{4}$, $P(A'\cap B)=\frac{1}{2}$ හා $P(B\mid A)=\frac{4}{5}$ වන පරිදි වූ S නියැදි අවකාශයක සිද්ධීන් දෙකක් යැයි ගනිමු. (i) $P(A\cup B)$, (ii) $P(A\cap B)$ හා (iii) $P(B)$ සොයන්න.

9. පසුගිය වාර්තාවලට අනුව, පන්තියකට ප්‍රමාද වී පැමිණි සිසුන් ගණන X හි සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය පහත දී ඇත.

k	0	1	2	3	4
$P(X=k)$	p	0.3	$3p$	0.2	p

p නියතයෙහි අගය සොයා, $E(X) = 1.9$ බව පෙන්වන්න.
Y යනු $2X + 3$ මගින් දෙනු ලබන සසම්භාවී විචල්‍යය යැයි ගනිමු. $E(Y)$ සොයන්න.

10. X යන සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යයකට

$$f(x) = \begin{cases} 2ax - 3bx^2 & , \quad 0 \le x \le 1 \text{ නම්}, \\ 0 & , \quad \text{එසේ නොවන විට}, \end{cases}$$

මගින් දෙනු ලබන $f(x)$ සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතය ඇත; මෙහි a හා b නියත වේ. $E(X^2) = \frac{1}{4}$ බව දී ඇත.
a හා b හි අගයන් සොයන්න.

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2021(2022)
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2021(2022)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2021(2022)

ගණිතය II
கணிதம் II
Mathematics II

07 S II

B කොටස

※ ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. සුපිරි වෙළඳසැලක් වර්ග 3 ක තෑගි මලු සාදයි: මූලික, ප්‍රමිත හා සුඛෝපභෝගී යනුවෙනි.

සෑම මූලික තෑගි මල්ලකම පැකට්ටු 6 ක්, බෝතල් 9 ක් හා ටින් 6 ක් බැගින් ද,

සෑම ප්‍රමිත තෑගි මල්ලකම පැකට්ටු 9 ක්, බෝතල් 6 ක් හා ටින් 8 ක් බැගින් ද,

සෑම සුඛෝපභෝගී තෑගි මල්ලකම පැකට්ටු 9 ක්, බෝතල් 9 ක් හා ටින් 10 ක් බැගින් ද ඇත.

සෑම දිනකම, සුපිරි වෙළඳසැල අඩුම තරමේ පැකට්ටු 720 කුත්, අඩුම තරමේ බෝතල් 720 කුත් යොදාගත යුතු අතර, යොදාගත හැකි උපරිම ටින් ගණන 900 කි.

එක්තරා දිනයක, සුපිරි වෙළඳසැල ප්‍රමිත හා සුඛෝපභෝගී තෑගි මලු සමාන ගණනක් අසුරයි.

සුපිරි වෙළඳසැල, මූලික, ප්‍රමිත හා සුඛෝපභෝගී යන එක් එක් තෑගි මල්ලකින් රු. 100, රු. 200, හා රු. 500, බැගින් ලාභ ලබයි නම් හා මුළු ලාභය උපරිම කරගැනීමට බලාපොරොත්තු වේ නම්,

(i) මෙය රේඛීය ප්‍රක්‍රමණ ගැටලුවක් ලෙස සූත්‍රගත කරන්න.

(ii) ශක්‍යතා පෙදෙසෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

(iii) ප්‍රස්තාරික ක්‍රමය භාවිතයෙන්, ඉහත (i) කොටසෙහි සූත්‍රගත කරන ලද ගැටලුවෙහි විසඳුම සොයන්න.

12. (*a*) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & 0 & 2 \\ 2 & b & 0 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු.

a හා b ඇසුරෙන් $\mathbf{AA^T}$ සොයන්න.

$\mathbf{AA^T} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$ නම් $a = 1$ හා $b = 2$ බව පෙන්වන්න.

$\mathbf{C} = \mathbf{AA^T} - 8\mathbf{I}$ යැයි ගනිමු. $\mathbf{C}^{-1}$ සොයන්න.

$\mathbf{CD} = 8\mathbf{C} + \mathbf{I}$ වන පරිදි $\mathbf{D}$ න්‍යාසය සොයන්න; මෙහි $\mathbf{I}$ යනු ගණය 2 වන ඒකක න්‍යාසය වේ.

[අටවැනි පිටුව බලන්න.

(*b*) $a, b \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු.

$$ax + (b-1)y = 2$$
$$x - y = -4$$

යන සමගාමී සමීකරණ යුගලය $\mathbf{PX} = \mathbf{Q}$ ආකාරයෙන් ලියා දක්වන්න; මෙහි $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ ද, $\mathbf{P}$ හා $\mathbf{Q}$ යනු නිර්ණය කළ යුතු න්‍යාස ද වේ.

$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ යන්න $\mathbf{PX} = \mathbf{Q}$ සඳහා විසඳුමක් බව දී ඇත. $b = a + 2$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත සමීකරණ යුගලයට

(i) $a \neq -\frac{1}{2}$ විට අනන්‍ය විසඳුමක් ඇති බවත්,

(ii) $a = -\frac{1}{2}$ විට විසඳුම් අපරිමිත සංඛ්‍යාවක් ඇති බවත්,

පෙන්වන්න.

13. (*a*) නොනැඹුරු කාසි දෙකක් හා නොනැඹුරු ඝනකාකාර දාදු කැටයක් උඩ දමනු ලැබේ. කාසි දෙකේම හිස ලැබීම A සිද්ධිය යැයි ද දාදු කැටයේ ඉරට්ටේ සංඛ්‍යාවක් ලැබීම B සිද්ධිය යැයි ද ගනිමු.
$P(A), P(B)$ හා $P(A \cup B)$ සොයන්න.

(*b*) පළමු හා දෙවන සංඛ්‍යාංක පිළිවෙළින් 3 හා 5 වන පරිදි සහ කිසිඳු සංඛ්‍යාංකයක් පුනරාවර්තනය නොවන පරිදි, සංඛ්‍යාංක 6 ක දුරකතන අංක කොපමණක් සෑදිය හැකි ද?
මෙම දුරකතන අංකවලින් කොපමණක් ඔත්තේ සංඛ්‍යාංකයකින් අවසන් වේ ද?

(*c*) කණ්ඩායමක පිරිමි 8 දෙනෙක් හා ගැහැණු 10 දෙනෙක් සිටී. මෙම කණ්ඩායමෙන්,

(i) පිරිමි 5 දෙනෙකු හා ගැහැණු 6 දෙනෙකුගෙන්

(ii) අඩුම තරමින් පිරිමි 3 දෙනෙක් සහිත සාමාජිකයන් 6 දෙනෙකුගෙන්

සමන්විතව, විධි කීයකට කමිටුවක් සෑදිය හැකි ද?

14. පෙට්ටියක, පාටින් හැර අන් සෑම අයුරකින්ම සමාන වූ කොළ පාට බෝල 3 ක් ද, නිල් පාට බෝල 2 ක් ද අඩංගු වේ. සසම්භාවී ලෙස බෝලයක් පෙට්ටියෙන් ඉවතට ගනු ලැබේ. ඉවතට ගත් බෝලය කොළ පාට එකක් නම්, එය ප්‍රතිස්ථාපනය නොකර වෙනත් නිල් පාට බෝල 2 ක් පෙට්ටියට එකතු කරනු ලබන අතර ඉවතට ගත් බෝලය නිල් පාට එකක් නම්, එය ප්‍රතිස්ථාපනය නොකර වෙනත් කොළ පාට බෝල 2 ක් පෙට්ටියට එකතු කරනු ලැබේ. දැන්, සසම්භාවී ලෙස දෙවන බෝලයක් ඉවතට ගනු ලැබේ.

(i) ඉවතට ගන්නා ලද බෝල දෙකම කොළ පාට ඒවා වීමේ,

(ii) අඩුම තරමින් ඉවතට ගන්නා ලද එක බෝලයක්වත් කොළ පාට එකක් වීමේ,

(iii) ඉවතට ගන්නා ලද එක බෝලයක් කොළ පාට එකක් බව දී ඇති විට, ඉවතට ගත් බෝල දෙකම කොළ පාට ඒවා වීමේ,

(iv) ඉවතට ගත් බෝල වෙනස් වර්ණවල ඒවා වීමේ,

සම්භාවිතාව සොයන්න.

15. Y සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යයක්,

$$f(y)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda y}, & y>0\\ 0, & \text{එසේ නොවන විට}\end{cases}$$

මගින් දෙනු ලබන $f(y)$ සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතයක් සහිත ඝාතීය ව්‍යාප්තියක් අනුගමනය කරයි; මෙහි $\lambda > 0$ පරාමිතියකි.

Y හි මධ්‍යන්‍යය, විචලතාව හා සමුච්චිත ඝනත්ව ශ්‍රිතය සොයන්න.

රෝගියකුට ප්‍රතිකාර කිරීමට වෛද්‍යවරයකුට ගතවන කාලය, මධ්‍යන්‍යය මිනිත්තු 10 ක් වූ ඝාතීය ව්‍යාප්තියක් යැයි ගනිමු. පහත එක එකක් සොයන්න. (පිළිතුරු සුළු කිරීම අවශ්‍ය නැත)

(i) වෛද්‍යවරයා රෝගියකුට ප්‍රතිකාර කිරීමට ගන්නා කාලයේ 50 වන ප්‍රතිශතකය

(ii) රෝගියකුට ප්‍රතිකාර කිරීමට වෛද්‍යවරයා මිනිත්තු 8 කට වඩා ගන්නා සම්භාවිතාව

(iii) වෛද්‍යවරයා දැනටමත් රෝගියකුට ප්‍රතිකාර කිරීමට මිනිත්තු 10 කට වඩා ගතකර ඇත්නම්, ඔහු මිනිත්තු 15 කට අඩු කාලයකදී මෙම රෝගියාට ප්‍රතිකාර කර අවසන් කරන සම්භාවිතාව

16. (*a*) මසක් ඇතුළත පන්තියකට නොපැමිණි සිසුන් ගණනෙහි සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය පහත වගුවෙන් දෙනු ලබයි.

නොපැමිණි සිසුන් ගණන	දවස් ගණන
1 – 3	15
4 – 6	12
7 – 9	10
10 – 12	5
13 – 15	2

මෙම ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය, මාතය හා මධ්‍යස්ථය නිමානය කරන්න.

(*b*) කරනවෑමියකු පාරිභෝගිකයකුගේ කොණ්ඩය කැපීමට ගතකරන කාලය මධ්‍යන්‍යය මිනිත්තු 20 ක් හා සම්මත අපගමනය මිනිත්තු 5 ක් ලෙස ප්‍රමතව ව්‍යාප්ත වේ.

(i) කරනවෑමියා පාරිභෝගිකයකුගේ කොණ්ඩය කැපීමට

(*a*) මිනිත්තු 25 කට වඩා,

(*b*) මිනිත්තු 25 ත් 30 ත් අතර කාලයක්,

ගැනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(ii) ඔහු පාරිභෝගිකයන් 5 දෙනෙකුට පැය 2 කට (මිනිත්තු 120 කට) වඩා අඩු කාලයකදී සේවය සැපයීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

[දහවැනි පිටුව බලන්න.

17. ව්‍යාපෘතියක ක්‍රියාකාරකම් සඳහා ගතවන කාලය හා ක්‍රියාකාරකම්වල ගැලීම් පහත වගුවෙන් දී ඇත:

ක්‍රියාකාරකම	පූර්ව ක්‍රියාකාරකම (ක්‍රියාකාරකම්)	කාලය (මාසවලින්)
A	–	3
B	A	6
C	A	7
D	A	5
E	B, C	13
F	C, D	8
G	D, F	11
H	G, E	6
I	H	2

(i) ව්‍යාපෘති ජාලය ගොඩනගන්න.

(ii) එක් එක් ක්‍රියාකාරකම සඳහා ආරම්භ කළ හැකි ඉක්මන්ම වේලාව, අවසන් කළ හැකි ඉක්මන්ම වේලාව, ආරම්භ කළ හැකි ප්‍රමාදම වේලාව, අවසන් කළ හැකි ප්‍රමාදම වේලාව හා ඉපිලුම ඇතුළත් කාර්ය සටහනක් සකස් කරන්න.

(iii) ව්‍යාපෘතිය සඳහා ගතවන මුළු කාලය සොයන්න.

(iv) ව්‍යාපෘතිය සඳහා අවධි පථය ලියා දක්වන්න.

(v) ව්‍යාපෘතිය සඳහා ගතවන මුළු කාලය දීර්ඝ නොකර, පමා කළ හැකි ක්‍රියාකාරකම් මොනවා ද?

(vi) ව්‍යාපෘතියේ නිමා කාලයට පහත එක එකක් කෙසේ බලපායි ද?

(*a*) F ක්‍රියාකාරකම මාස 2 කින් ප්‍රමාද කිරීම.

(*b*) E ක්‍රියාකාරකම මාස 1 කින් ප්‍රමාද කිරීම.

* * *